



TITLE:

天体の数値実験 (力学系および Boltzmann方程式論の天体物理学への応用)

AUTHOR(S):

藤本, 光昭; 土佐, 誠

CITATION:

藤本, 光昭 ...[et al]. 天体の数値実験 (力学系および Boltzmann方程式論の天体物理学への応用). 数理解析研究所講究録 1977, 315: 136-154

ISSUE DATE:

1977-12

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/103947>

RIGHT:

天体の数値実験

I. 回転ガス体の分裂 (Fission)¹⁾ 名古屋大学理学部 藤本光昭
土佐 誠

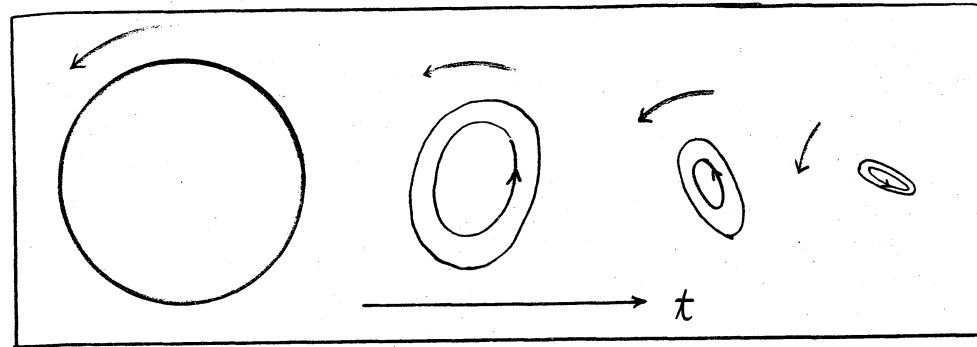
1 Introduction

天体によくみられる二重星や二重銀河は、回転しながら重力収縮するガスの母体からある時期に分裂 (Fission) して誕生したものと考えられている。回転軸に垂直方向に細長く延びたジャコビ楕円体が西洋梨のようにくびれた形となつてついに分裂するところである。しかし百年近くにもわたる研究にもかかわらず理論はまだこの過程を再現していない。Fission には非線形の運動の本質的なため問題は極めてあつた状態にあり、こゝしはうくは数値実験に頼らざるを得ない。

2. 分裂過程におけるガスの力学的特徴

数値実験といつても闇雲に計算機にかけてもあまり意味はない。予想されるガスの特徴的な動きを前もっていくつか調べておくことが大切である。

回転している等密度ガス楕円体 (マクローリン楕円体) が重力収縮しているとき、回転軸に対して非対称の揺らぎを与えられるとそのまゝ成長しつづけ細長い形となる^{2,3)} (1図参照)。天体を構成するガスの分子による粘性は一般に小さく、ガス

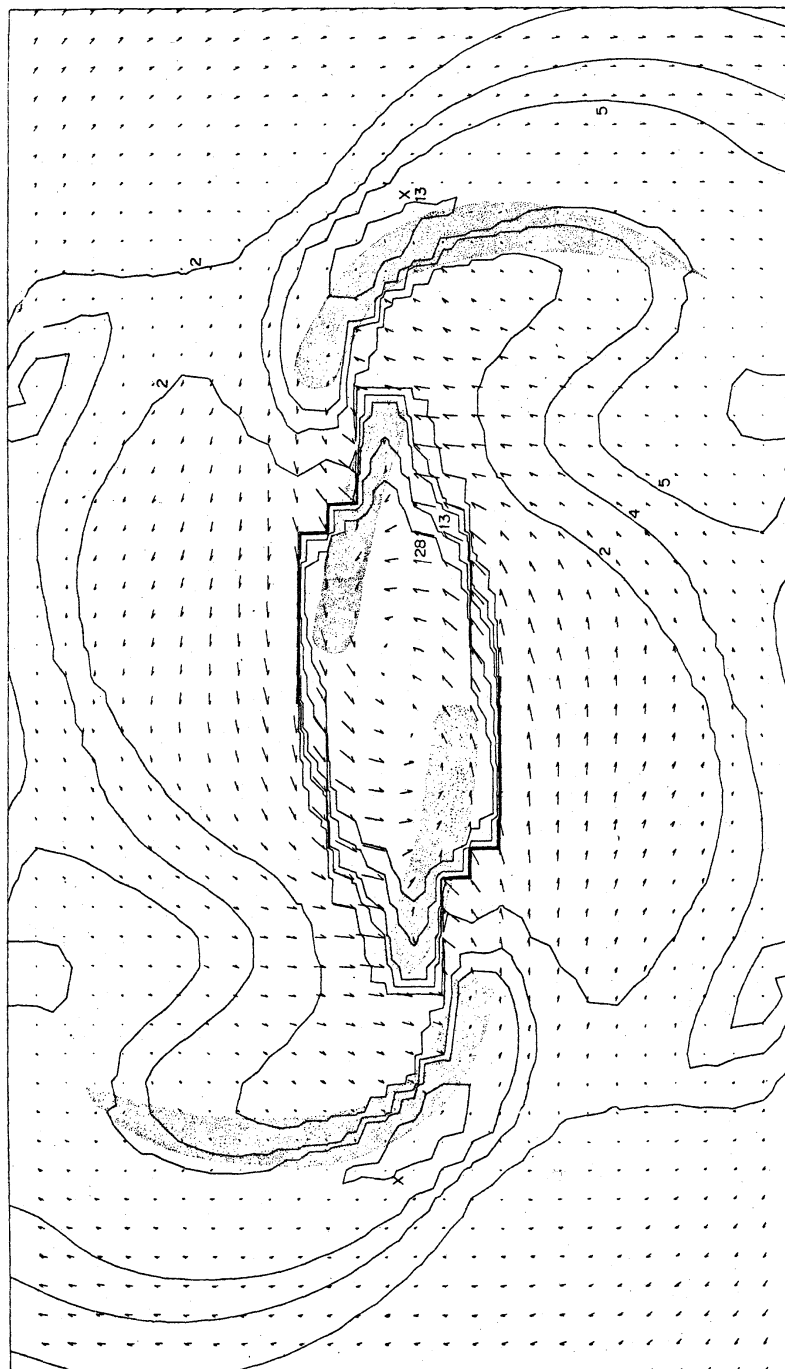


1図 ↺ は回転と内部運動の方向を示す。

の循環(circulation)の保存則から1図のように細長い楕円体内に回転と同方向の内部運動が発生する。これは広義のリーマン楕円体で、内部運動の流線は楕円体の等(重力+遠心力)ポテンシャル面に正確に平行である。内部運動をしているガスにしてみればポテンシャルに変化がなかったため運動の途中で大きな変動を経験することはない。

現実の問題となると等密度楕円体は理想的すぎ、実際にはガスは中心で高密度となっている。しかもガス体の内部運動の流線は細長く延びた等ポテンシャル面を自由に横切ってしまう。一方、超音速で凸凹のポテンシャルをガスが通過すると衝撃波が発生することは渦状銀河と棒状銀河のガスの運動でよく調べられている。一例として2図に Sphrensen, Matsuda + Fujimoto⁴⁾ (1975) の結果をあげておく。これは光学観測で確かめられている棒状銀河の暗條(dark lanes)をよく再現しているとみてよい。ただし星のつくる棒のポテンシャルと棒の回転角速度は前もつ

ON THE FORMATION OF LARGE-SCALE SHOCK WAVES IN BARRED GALAXIES



24 棒状銀河のガス密度と流れの方向 4)

て与えられ、時間に対して不変として数値計算がなされているので、この結果をそのまゝ Fission の問題に適用できない。しかしガスが等ポテンシャル面を自由に横切ることやその際に発生する衝撃波は物理的にみても十分予想のできることである。もしこのような衝撃波が発生すれば細長く延びた回転体に周囲とくらべて数倍も密度の高い領域が局所的にできたことになる。それに応じて重力も局所的に大きくなり周りのガスを更に集めようとする。つまりこの衝撃波がきっかけとなって全体の回転系から独立し、それ自体重力的にまとまったガスの塊が生じたことになる。これがまさに二重星や二重銀河のもとになる Fission と考えるわけである。

3. 運動方程式と初期条件

①運動方程式：回転ガス体の重力収縮が進むと遠心力が大きくなり次第に扁平となる。数値計算をこの段階から始めるので運動方程式は回転軸(z軸)に垂直な平面状のガスを取扱う。z軸方向に角速度 Ω をもった回転座標系での通常の方程式は

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + (u \cdot \nabla) u_x = -\frac{1}{\sigma} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \phi - \frac{1}{2} (x^2 + y^2) \Omega^2 \right\} + 2u_y \Omega, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial t} + (u \cdot \nabla) u_y = -\frac{1}{\sigma} \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \phi - \frac{1}{2} (x^2 + y^2) \Omega^2 \right\} - 2u_x \Omega, \quad (2)$$

$$u_z = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \operatorname{div}(\underline{u} \sigma) = 0, \quad (4)$$

$$c_s^2 \sigma \equiv P = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{2h} \int_{-\infty}^{\infty} P(z) dz, \quad (5)$$

ここで $\underline{u} (u_x, u_y, 0)$, σ , P と c_s^2 はそれぞれ回転系からみた速度, ガスの面密度, ガス圧, 音速を表わしている。又 $2h$ はガス面の厚みであるが結局は $2h \rightarrow 0$ にしてある。ガスの面内の運動を取扱っているから $(\underline{u} \cdot \nabla) = u_x \frac{\partial}{\partial x} + u_y \frac{\partial}{\partial y}$, $\operatorname{div} = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}$. 重力 $(\partial \phi / \partial x, \partial \phi / \partial y)$ は Sørensen の SMC 法を用い, 分割した各ガス要素からの重力を直接合計している。ガスの状態方程式はなるべく天体のガスの性質を表わし, かつ計算に簡単なものを使用した,

$$\frac{dT}{dt} \propto \frac{dc_s^2}{dt} = -\frac{2}{3} c_s^2 \operatorname{div} \underline{u} - \chi (c_s^2 - c_s^{02}). \quad (6)$$

最後の項はガスの非断熱性によるもの, $\chi = \infty$ は等温変化に $\chi = 0$ は断熱変化に対応している。

②初期条件: 回転しながら重力収縮が進みガス体が扁平になると軸対称からのずれも大きくなり細長いガス体になる。^{2,3)} この事実は理論的によくわかっているので以下の数値計算はこの細長く延びた状態から出発する。

$$\sigma(x, y) = \sigma_0 S^n(x, y) \delta(z), \quad \text{at } t=0, \quad (7)$$

$$S(x, y) = 1 - x^2/a^2 - y^2/b^2, \quad a > b.$$

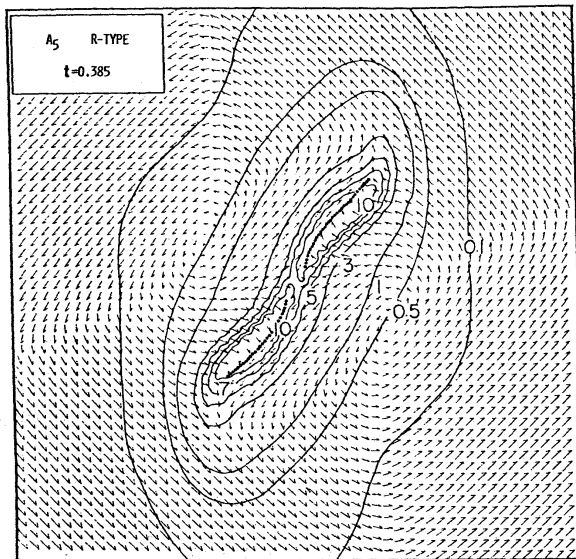
ガス密度の中心集中度は n の値で決まる。等密度楕円体を (x, y) 面に project した場合は $n=1/2$ に当る。又初期温度は全体にわたって同じ、初速は式(1)(2)で $\partial/\partial t=0$ になるように与える場合 (*R-type*; ルマン楕円体に似てゐる) と $u=0$ の場合 (*J-type*; ヤコビ楕円体に似てゐる) の 2 つを考える。

3 次の擾動、つまり西洋梨型 (∞ -型) 擾動は特別に与えず、数値計算上の揺らぎをもって代える。数値計算は 2 次元の Fluid-in-Cell を使用する。

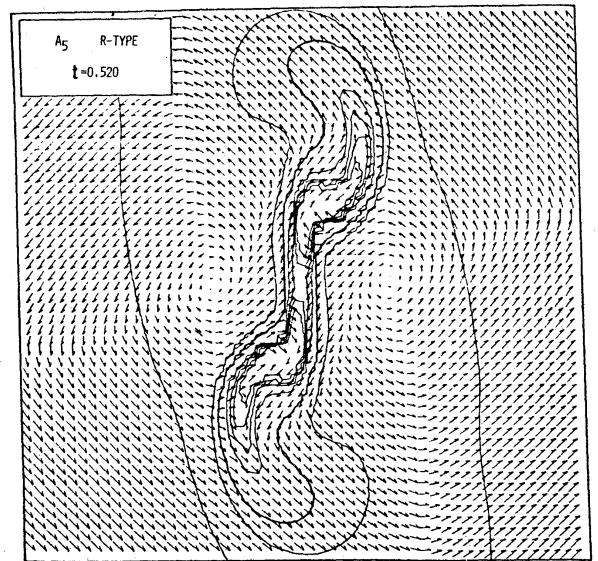
4. Fission

いくつかの結果を図で紹介する。3 図は $a/b=1.5$ の *R-type* の初期条件で出発し、0.386 回転後の状態である。等密度線とガスの運動方向が矢印で示されてゐるが、ガスの棒状構造を横切るとき 2 で予想した衝撃波がたしかに発生し、波面の前後で運動方向が急激に変つてゐるのがよく分かる。当然なことながらその近傍で密度が高くなり棒状構造をつくつてゐる。

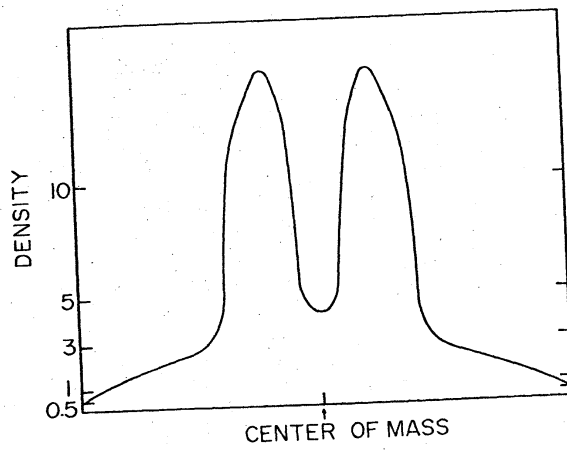
4 図は更に時間がたち、0.520 回転後には衝撃波領域の大きい局所重力が周囲のガスを掻き集めた様子を示し、5 図は同図の長軸に沿ったガスの密度分布を示してゐる。



37



412



57

Table 1

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI
A ₁	0.5	0.98	R	1.5	0.0035	20.	1.0	0.484	0.544	Two objects (Fig. 6)
A ₂	0.5	0.98	R	2.0	0.0035	20.	1.0	0.485	0.589	Two objects
A ₃	0.5	0.98	R	1.2	0.0035	20.	1.0	0.483	0.517	Three objects
A ₄	0.5	1.00	R	1.5	0.0035	20.	1.0	0.494	0.544	Two objects
A ₅	0.5	1.00	R	1.5	0.0346	20.	1.0	0.444	0.509	Two objects (Fig. 1 to 4)
A ₆	0.5	1.00	R	1.5	0.0025	10.	1.0	0.495	0.544	Two objects
B ₁	0.5	1.00	J	2.0	0.0	0.	0.5	0.225	0.374	Three objects
B ₂	0.5	1.00	J	2.0	0.0	10.	0.5	0.225	0.374	Three objects (Fig. 7)
B ₃	0.5	0.90	J	1.5	0.0173	10.	1.0	0.214	0.362	Three objects
B ₄	0.5	0.67	J	1.1	0.0125	10.	1.0	0.287	0.388	Three objects, strong center
B ₅	0.5	0.67	J	1.9	0.0125	10.	1.0	0.178	0.354	Short living multiple
B ₆	0.5	0.83	J	1.9	0.0125	10.	1.0	0.178	0.352	Three objects
B ₇	0.5	0.83	J	1.3	0.0125	10.	1.0	0.242	0.369	Three objects
B ₈	0.5	0.83	J	1.1	0.0125	10.	1.0	0.287	0.388	Three object, strong center
B ₉	0.5	1.00	J	1.1	0.0125	10.	1.0	0.285	0.387	No fission
B ₁₀	0.5	0.83	J	1.9	0.0125	10.	0.5	0.235	0.374	Three objects, weak center
B ₁₁	0.5	1.00	J	1.2	0.0025	20.	1.0	0.260	0.376	No fission
B ₁₂	0.5	1.00	J	1.5	0.0025	20.	1.0	0.212	0.359	Four objects, two strong
C ₁	1.0	1.00	R	1.5	0.0250	20.	1.0	0.458	0.494	Two objects
C ₂	1.0	1.00	R	1.5	0.0500	20.	1.0	0.418	0.465	Two objects
C ₃	1.0	1.00	R	1.5	0.0025	20.	1.0	0.496	0.518	Two objects
C ₄	1.0	1.00	R	1.5	0.0025	5.	1.0	0.496	0.518	Two objects (Fig. 8)
D ₁	1.0	1.00	J	1.5	0.0250	20.	1.0	0.161	0.300	No fission
E ₁	2.0	1.00	R	1.2	0.0025	20.	1.0	0.496	0.458	Four objects, two strong (Fig. 9)
E ₂	2.0	0.83	R	1.5	0.0025	20.	1.0	0.414	0.480	Four objects, two strong
E ₃	2.0	0.50	R	1.5	0.0025	20.	1.0	0.248	0.480	No fission

I) Symbols for the combination of initial conditions

II) Initial concentration of gas (n)III) Deviation from equilibrium state (α)

IV) Riemann-type (R) or Jacobi-type (J)

V) Initial axis ratio a/b , $a > b$ VI) Initial temperature in units of $a^2\Omega^2$, a being the semi-major axis.VII) Cooling rate in units $2\pi/\Omega$

VIII) Elongated mass/total mass

IX) Kinetic energy/Potential energy

X) Total angular momentum in units of $M_{\text{total}}a^2\Omega$

XI) Results

4図をよくみると、ガスは2つの高密度領域の周りを巡回している。これは5図でも分かるように可成りの量のガスがここに集中して重力的にまとまり、独立した2つの塊とみなせる。ほぼ Fission が完了した状況であろう。

数値実験は表1にあるように26例について行った。重要な初期条件はコラム II, IV にあり、結果は XI にまとめられている。

(7)式の n が小さいほど、つまりガスの中心集中度が小さいほど2つのガス塊に分裂しやすい。又 J-type の内部運動は R-type

に比べて小さいため構状ポテンシャルを横切る速度が小さく、2つに割れる完全な Fission は稀である。割りきれずに残ったガスが中心に落ち込みオウの塊を形成する。

5. 結論

- ① 回転しながら重力収縮するガス体が扁平になるほど回転の効果が大きの場合、衝撃波が發生しそれがきっかけとなって Fission が起きる。
- ② Fission は 1 回転以内の短時間で完了する。
- ③ J-type の条件では 3 つのガス塊ができる。⁽¹⁾内部運動のない J-type の細長い構造は実際には存在しないだろう。
- ④ ガスの中心集中度が大きい場合は数々への分裂がみられる。
- ⑤ 古典的 Fission theory は媒質が液体で、しかも流れが等ポテンシャル面に平行の場合を扱ってきた。今回の結果からみると Fission の古典論はもっとも分裂しにくい状態を考えていたことになる。
- ⑥ 実際にはガスは有限の温度をもっているから 5 方向に厚みがある。しかしその効果は今回の結果にあまり影響を及ぼさない。この点について Tosa (1974)⁵⁾ の渦状衝撃波の論文が大変参考になる。

文献

- 1) M. Fujimoto + S.-A. Sørensen 1977, *Astron. Astrophys.* 60, 251

- 2) M. Fujimoto 1968, *Astrophys. J.* 152, 391
1971, 170, 143
- 3) N.R. Lebovitz 1972, *Astrophys. J.* 175, 171
1975, 190, 121
1975, *Mém, Soc. Roy. Sci. Liège VIII*, 47
- 4) S.-A. Sorensen, T. Matsuda & M. Fujimoto 1976, *Astrophys. Space Sci.*
43, 491
- 5) M. Tosa 1973, *Publ. Astron. Soc. Japan* 25, 191

II. 自己重力復案系の計算機シミュレーション

1. はじめに

近年、計算機の進歩に伴って粒子モデルによる銀河（回転する自己重力復案系）の計算機シミュレーションが行われるようになった（review として例えば Hohl 1975, Miller 1972）。我々も銀河の数値実験を計画し、まず手始めに2次元円柱モデル（無限に長い棒“rod star”の集団）の計算を行ったのでその結果を紹介する。

銀河の円柱モデルは Hohl (1967) や Hockney (1967a) が 2000 体の計算を行っている。それらとの違いは、まず rod star の数を約2倍（4000 体）に、また Poisson 方程式を解くときに粒子に広がりをもたせて質量分布の平滑化を行い粒子による「雑音」を減らしていることである。

2. 計算方法

重力相互作用している多数の平行な無限に長い棒（以後単に粒子と呼ぶ）の集まりを考え、その棒に垂直な面内の2次元運動を調べる。系全体の進化は各粒子の軌道を追跡することにより計算される。計算の手順は、まず与えられた粒子の分布に対し Poisson 方程式を解いて重力ポテンシャルを求め、次にこのポテンシャルに従って各粒子の速度変化を計算して

新しい速度を決める。この速度に従って各粒子の変移が計算され新しい粒子分布が得られる。このサイクルを適当な time step でくり返して計算が進められる。

Poisson 方程式は差分方程式に通して、 64×64 の格子上で Hockney (1967b) の Fourier Analysis Cyclic Reduction 法で解く。このとき、境界のポテンシャルの値を前もって直接計算することにより孤立した系のポテンシャルを得ることが出来る。

この計算では、粒子に広がりを持たせたいわゆる cloud-in-cell model (Bindsall and Fuss 1969) を用いて粒子分布を平滑化してある。こうすると格子による数値的誤差(“雑音”)を減らすことができる。粒子の広がりには格子と同じ大きさの正方形としてある。

3. 計算結果

次に計算結果を最も簡単な二つの場合について紹介する。いずれも最初、速度分散無し、一様密度分布で剛体回転している。一つは回転と重力が釣りあった平衡円柱、もう一つは回転を半分にした非平衡状態にある円柱である。

速度分散の無い一様密度分布をもつ円柱の平衡状態は角速度 $\omega_0 = \sqrt{2\pi G \rho}$ で剛体回転しているときに実現する。ここで ρ は密度、 G は重力常数である。以後時間はこの平衡円柱

の回転周期 $\tau = 2\pi/\omega_0$ を単位として表わすことにする。計算の time step は 1 回転当り 100 step にとる。

粒子の数は 3932 個で、最初は小さいスケールでは random だが大きいスケールでは一様になるように分布させる。これは円を約 400 の cell に分割し、各 cell に粒子を一個づつその内に random に分布させることにより得られる。

3.1 平衡円柱

剛体回転する速度分散の無い一様な円柱の平衡状態は、線形解析によると、軸に垂直な面内の任意の摂動に対して安定であることが知られている (Bisnovati-Kogan et al, 1969)。従ってこの例は、初期状態などの程度保たれるかを見ることにより計算の精度その他とチェックすることが出来る。

図 1 は系の時間変化を 1 回転毎 6 回転に示したものである。この図は line printer の出力から作られたもので、最初のコマに示された小長方形が printer の活字の大きさから与まる円の「分解能」に相当する。density scale はその長方形内に入る粒子数を表わしている。また小正方形は Poisson 方程式を解くときの mesh size を表わす。時間は回転周期を単位として各コマの左上に記してある。

図がわかるように、分布の一様性は、局所的に物が集まる

図 1

平衡円柱

□ 分解能
■ mesh size

Density scale

1 2 3 4 5 6 7 8 9 >10



2.0

5.0

0.0

3.0

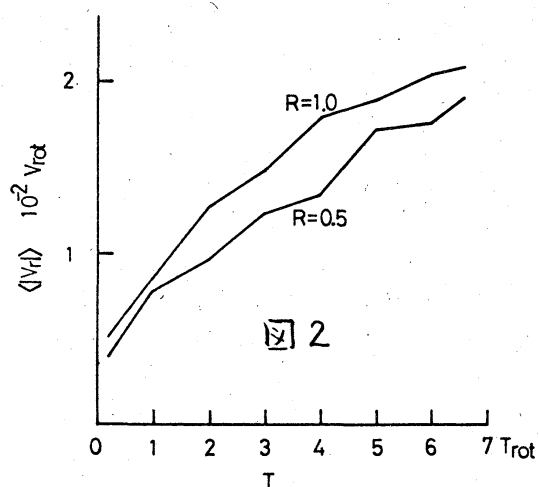
6.0

1.0

4.0

たりせずに長時間
保たれている。細
かく見ると fluctua-
tion が時間とともに

に増大するが $t=6.0$ でも統計的ゆらぎを越えない。図2は radial velocity $|v_r|$ の変化を示したもので、 $|v_r|$ は時間とともに増してゆくが $t=6.0$ で回転速度の 0.02 以下である。回転角速度や密度分布も同



んど不変で、計算機モデルは、少くとも $t < 6.0$ で系をかろり忠実に再現していると考えられる。全エネルギーと全角運動の変化は 1 回転当り $\Delta E/E < 0.2\%$, $\Delta L/L < 0.03\%$ である。

Hohl (1967) や Hockney (1967a) の計算では円柱の縁がかろり波うっていたが、この計算でも多少その傾向が見られるが、以前の計算に比べるとその振巾はかろり少い。

3.2 非平衡円柱

次に平衡にない円柱がどのように relax あるいは進化していくかを見る。初期状態としては、一様密度分布、速度分散無しで回転速度が平衡な場合の $1/2$ で剛体回転している場合を考える。図 3 に系の時間変化を示す。これは Hockney (1967a) の結果と定性的に良く似た経過をたどっており、彼の計算を confirm している。系は回転が遅いため、まず最初に半径が約 $1/2$ まで縮み次いで膨張しほぼ元の半径にもどる。この振動の周期はちょうど 0.5 (平衡円柱の回転周期単位で) になる。 $t=0.5$ では fluctuation が生じているのがわかるがそれが以後大きく成長し local な condensation ができる。これは複雑な運動をくり返しながら融合して中心部に集まり dense な core を形成してゆく。local な condensation の成長と

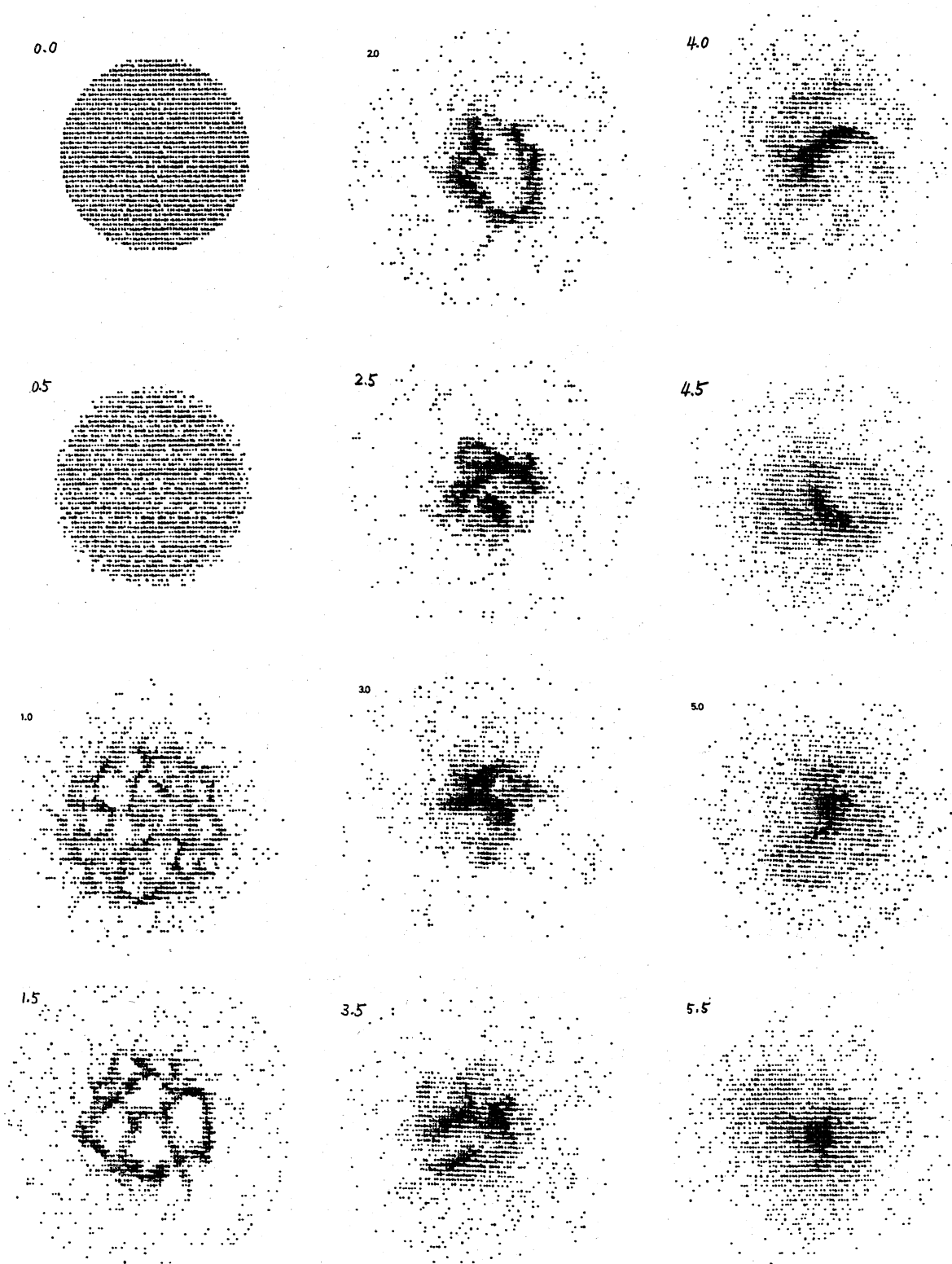


図3. 非平衡円柱の進化 (Density scale 他は図1と同じ)

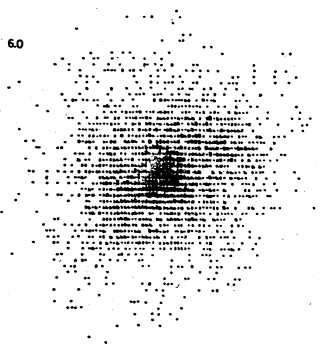


図3のつき

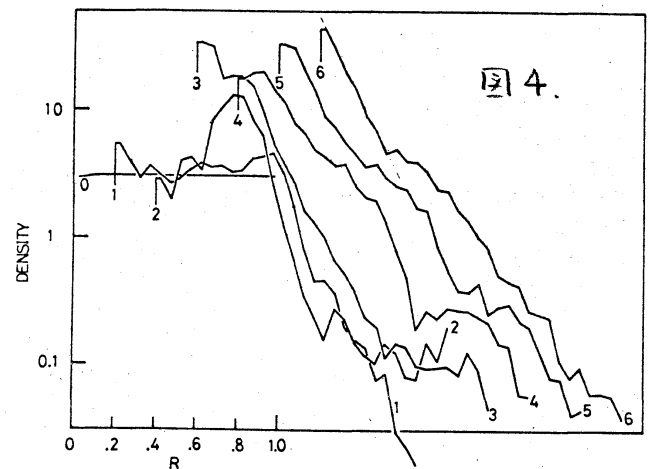


図4.

もに広がった envelope が形成される。これらは condensation に散乱されて外側にほうり出されると考えられる。途中で棒構造や渦状構造が一時的に見られる。系は dense な core と広がった envelope が形成されるとほぼ定常状態にあちつく。図4に角度方向に平均した密度分布を示す。各曲線が各時刻(数字で示してある)の密度分布を表わし、線が重なるのを避けるため時間とともに右方に平行移動して書いてある。この図から、最初一様だった分布から中心の core や広がった envelope が成長してゆく様子がわかる。図からわかるように core も envelope も exponential な分布をするようにふるまう。t=6.0 では $r=0.3$ を境いに内外では $\exp(-r/0.13)$ 、外側では $\exp(-r/0.21)$ となっている。激しい relaxation の後に密度が exponential に分布することは dieck の場合にも見られる (Hohl 1971)。

この計算では、全エネルギー および全角運動量の变化は各々 $\Delta E/E \leq 1\%$, $\Delta L/L < 2\%$ (1回転当り) である。

4. おわりに

最近の銀河のシミレーションは disk model (無限に薄い円盤) のスライス計算が主に行われている。disk galaxy のモデルとしては disk model がよりリアルであるが、disk の厚さや、広がったハローの効果についての見通しを得る上で円柱モデルも有用と思われる。また円柱は円盤に比べて安定性が高いので制御された条件のもとでの数値実験がやりやすいう利点がある。これは計算機モデルを確立する上で大変有利である。

この計算は名大プラズマ研究所計算センターの FACOM M160 で行われた。

References

- Birdsall, C. K., and Fuss, D. 1969, J. Comput. Phys. 3, 494
- Bisnovati-Kogan, G. S., Zel'dovich, Ya. B., Sugdeev, R. Z., and Fridman, A. M. 1969, J. Applied. Mech. Tech. Phys. 10, 33.
- Hockney, R. W. 1967a, Ap. J. 150, 797.
- Hockney, R. W. 1967b, in Methods in Computational Physics, Vol. 9, eds. B. Alder, S. Fernbach and M. Rotenberg (Academic Press, New-

York), p. 136.

Hohl, F. 1967, Symp. Computer Simulation of Plasma and Many Body Problems, NASA Special Publ. SP-153, p. 323.

Hohl, F. 1971, Astrophys. J., 168, 343.

Hohl, F. 1975, in Dynamics of Stellar Systems, IAU Symp., No. 69, ed. A. Hayli (D. Reidel Publ. Co., Dordrecht-Holland), p. 349.

Miller, R. H., 1972, in Gravitational N-body Problem, ed. M. Le car (D. Reidel Publ. Co., Dordrecht-Holland), p. 213.